

# Das Nivelliersystem-Feldprüfverfahren nach ISO 17123-2 im Kontext refraktiver Störeinflüsse

Maria Hennes

## 1 Einführung

Die ISO 17123-Reihe beinhaltet allgemeine Feldprüfverfahren für Vermessungsinstrumente. Diese Reihe will dem Anwender die Möglichkeit geben, ein Instrument nach festgeschriebenen Regeln anhand von empirisch ermittelten Standardabweichungen auf Feldtauglichkeit zu prüfen. Die Verfahren sind keine Kalibrier- oder Justier-routinen, sondern zielen auf in-situ-Applikationen ab. Teil 2 der ISO 17123 behandelt Nivelliersysteme. Soweit möglich, umfasst die Prüfung sowohl das gesamte Equipment als auch die Vorgehensweise der Operateure, die dafür Sorge zu tragen haben, dass das Instrument gemäß der Bedienungsanweisung und den Regeln der Messkunst benutzt wird. Beispielsweise wird bei der Beschreibung der ISO-Prüfverfahren nicht auf die Behandlung der Erdkrümmungskorrektur eingegangen, sondern vorausgesetzt, dass der Anwender diese fachgerecht berücksichtigt. Die Prüfung wird immer durch Refraktionseffekte beeinflusst sein. [NEITZEL, 2004] erörtert mögliche Effekte anhand zweier verbreiteter Annahmen für den Refraktionskoeffizienten und weist ausdrücklich darauf hin, dass diese Annahmen zu erheblichen Fehleinschätzungen führen können. Hier setzt dieser Beitrag an und analysiert die Problematik auf der Basis realer Situationen, bei denen die Refraktionsverhältnisse messtechnisch bestimmt wurden.

Die ISO 17123-2 gliedert sich in zwei Prüfabschnitte. Die vereinfachte Prüfmethode („simplified procedure“) beinhaltet die Bestimmung der empirischen Standardabweichung  $s$  eines Höhenunterschiedes zwischen 60 m entfernten Nivellierlaten aus 10 Wiederholungsmessungen aus der Mitte sowie des (messtechnischen) Differenzwertes zwischen zwei identischen, jeweils zehnfach bestimmten Höhenunterschieden, die einmal mit gleicher und einmal mit ungleicher Zielweite (10 m und 50 m) ermittelt werden. Falls dieser Differenzwert über dem zugelassenen Toleranzwert für die Messaufgabe (bestimmt nach ISO 4463-1) liegt oder das Zweieinhalbfache der empirischen Standardabweichung  $s$  überschreitet, sei der Kollimationsfehler des Instrumentes zu prüfen oder die Zielweite zu verkürzen. Bei der vollständigen Prüfmethode („full test procedure“) wird a) die empirische Standardabweichung  $s$ , diesmal bestimmt aus 40 Wiederholungsmessungen, gegen eine vorgegebene Standardabweichung  $\sigma$  getestet, b) zwei unter unterschiedlichen Prüf-

bedingungen ermittelte Standardabweichungen  $s$  und  $\tilde{s}$  auf Gleichheit getestet und c) untersucht, ob die Nullpunktsdifferenz  $\delta$  eines Latenpaares vernachlässigbar ist. Für dieses Prüfverfahren werden Zielweiten von etwa 30 m verwendet, die im Rahmen der Wiederholungsmessungen in einem Bereich von  $\pm 3$  m variiert werden sollen.

In dieser Abhandlung wird der Refraktionseinfluss auf die in der ISO 17123-2 beschriebenen Größen zunächst theoretisch entwickelt. Hierbei werden systematisch wirkende Effekte sowie systematisch wirkende, aber in ihrer genauen Größe unbekannte Effekte berücksichtigt. Letztere verursachen eine Unsicherheit in den Ergebnissen, weswegen sich die Behandlung analog des Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen [DIN V ENV 13005, 1999] anbietet.

Dieser Leitfaden wird zukünftig mehr und mehr auch in der geodätischen Welt Anwendung finden (Beispiele siehe unter anderem in [HEISTER 2005]), weswegen hier kurz die wesentlichen Vorteile aufgeführt werden. Wesentliches Merkmal ist, dass Unsicherheiten analog Standardabweichungen behandelt werden können, d.h., das Varianzfortpflanzungsgesetz ist analog anzuwenden. Dies gilt auch für Kovarianzen. Vorteilhaft ist, dass nun für „Standardabweichungen“ abgeschätzte Werte angenommen werden können und der Unsicherheit zugewiesen werden können, selbst wenn ihre Verteilung nicht der Normalverteilung entspricht. Der Leitfaden macht Vorschläge, wie bei Nicht-Normalverteilung zu verfahren ist. Der wesentliche Vorteil ist, dass nun auch eine Störgröße einbezogen werden kann, deren exakter Wert zwar unbekannt ist, aber in einem abschätzbaren Intervall liegt, und zwar auch dann, wenn sie systematisch auf einen Messprozess (oder einen Teil davon) wirkt. Diese Eigenschaft der Unsicherheitsfortpflanzung macht sie zu einem idealen Werkzeug für die Abschätzung von Refraktionseffekten. Um die Verknüpfung mit den Formeln der ISO 17123-2 zu erleichtern, lehnen sich die Variablenbezeichnungen so weit wie möglich an die ISO-Nomenklatur an. Im Anschluss daran zeigen Beispiele für typische Umgebungsbedingungen, welche Größenordnung refraktive Störeinflüsse bei den ISO-Prüfungen annehmen können. Daraus wird in Abschnitt 4 abgeleitet, für welche Gegebenheiten eine Prüfung nach ISO 17123-2 noch sinnvoll ist. (Den anwendungsorientierten Leser wird das Studium von allein diesem Abschnitt zufrieden stellen.)

## 2 Modellierung des Refraktionseinflusses auf ISO-Kenngrößen

### 2.1 Refraktionseinfluss auf eine Einzelzielung

Der systematisch wirkende Refraktionseinfluss auf eine optische Visur lässt sich anhand des Brechungsindexgradienten ( $\text{grad } n$ ) beschreiben. In diesem Fall betrachten wir die vertikale Komponente ( $dn/dh$ ). Sei nun eine Lattenablesung mit  $x_j$  bezeichnet, lässt sich der (systematische) Refraktionseinfluss  $\Delta h_{r1}$  (im Sinne einer Korrektur) auf diese Ablesung in Abhängigkeit der Zielweite  $d_L$  darstellen (nach [MORITZ, 1962]):

$$x_{\text{soll}} - x_i = \Delta h_{r1} = \int_0^{d_L} \frac{1}{n} (d_L - d) \frac{dn}{dh} dd. \quad (1)$$

$d_L$ : Zielweite

$d$ : Laufparameter entlang des Zielstrahls

$n$ : Brechungsindex

$h$ : Höhe

Nehmen wir vereinfachend an, dass sich der Vertikalgradient entlang der Visur nicht ändert, lässt sich (1) zu (2) vereinfachen. Diese Annahme ist streng nur über homogenem, ebenen Gelände haltbar (vgl. auch Abschnitt 3). Für die Abschätzung der Wirkung kann allerdings in erster Näherung mit dieser Vereinfachung gearbeitet werden

$$\Delta h_{r1} \cong \frac{1}{2} d_L^2 \frac{dn}{dh}. \quad (2)$$

Die Berechnung des Refraktionseinflusses auf die Höhenübertragung setzt also eine ausreichend genaue Kenntnis des Brechungsindexgradienten entlang der Visur voraus. In der Regel ist dieser weder räumlich noch zeitlich konstant. Demzufolge ist eine lokale einmalige Bestimmung dieses Wertes neben der Messunsicherheit selbst auch mit einer Unsicherheit hinsichtlich der Repräsentativität für die gesamte Visur behaftet. Typischerweise liegen jedoch keine Messdaten, sondern bestenfalls Erfahrungswerte vor. Für den Brechungsindexgradienten ist also eine Unsicherheit  $u_{dn/dh}$  anzusetzen, die alle erwähnten Effekte einschließt und – bei Nichtberücksichtigung einer Refraktionskorrektur – in der Größenordnung des Brechungsindexgradienten selbst zu veranschlagen ist. Hier sei angemerkt, dass der Begriff „Unsicherheit“ den Gegebenheiten eher gerecht wird als die klassisch verwendete Standardabweichung, weil so zufällige unbekannte Erscheinungen eingeschlossen werden können, die aber systematisch wirken. Da das Varianzfortpflanzungsgesetz analog verwendet werden kann [DIN V ENV 13005, 1999, Formel (10)], folgt, dass eine einzelne Lattenablesung  $x_j$  um den Wert  $u_{\Delta hr1}$  unsicher ist:

$$u_{\Delta hr1} = \frac{1}{2} d_L^2 u_{dn/dh} \quad (3)$$

$u_{dn/dh}$ : Unsicherheit des Brechungsindexgradienten.

Für die weitere Darstellung wird die Unsicherheit gemäß des Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen [DIN V ENV 13005, 1999] behandelt und als kombinierte Unsicherheit weitergeführt.

### 2.2 Refraktionseinfluss auf einen Höhenunterschied zwischen zwei Lattenstandpunkten

Für eine Höhendifferenz  $x_{j,A} - x_{j,B}$  ( $= d_j$  in der ISO-Nomenklatur) zwischen zwei Lattenstandpunkten  $A$  und  $B$  ergibt sich zunächst der systematische Refraktionseinfluss  $\Delta h_{r2}$

$$\Delta h_{r2} = \frac{1}{2} \frac{dn}{dh} \Big|_A d_A^2 - \frac{1}{2} \frac{dn}{dh} \Big|_B d_B^2 \quad (4)$$

$d_A$ : Zielweite zu  $A$ ;  $d_B$ : Zielweite zu  $B$   
und unter der Annahme, dass für beide Visuren der gleiche Brechungsindexgradient herrsche,

$$\Delta h_{r2, \text{identischer Brechungsindex}} = \frac{1}{2} \frac{dn}{dh} (d_A^2 - d_B^2). \quad (5)$$

Es wird deutlich, dass der zum Instrumentenstandpunkt symmetrische Anteil des Refraktionseinflusses bei gleichen Zielweiten eliminiert wird:

$$\Delta h_{r2, \text{identischer Brechungsindex}} = 0 \quad \text{für } d_A = d_B, \quad (6)$$

aber die Berechnung des Kollimationsfehlers nach der vereinfachten Prüfmethode wegen ungleicher Zielweiten durch  $\Delta h_{r2}$  verfälscht wird (vgl. Abschnitt 2.4).

Die durch die realen Abweichungen von der modellhaften Annahme symmetrischer Verhältnisse entstehende Unsicherheit des Höhenunterschieds kann nun folgendermaßen beschrieben werden: Alle unsymmetrisch wirkenden (und vernachlässigten) Anteile in  $dn/dh$  werden sinnvoller Weise der Unsicherheit  $u_{dn/dh, \text{unsymm}}$  zugeordnet. Geht man weiter davon aus, dass die Unsicherheiten der Brechungsindexgradienten beider Zielungen voneinander unabhängig sind und sich nicht systematisch gegenseitig beeinflussen, dürfen sie unkorreliert fortgepflanzt werden. Somit ergibt sich die refraktive Unsicherheit auf Höhenunterschied  $u_{\Delta hr2}$  bei gleichen Zielweiten aus

$$u_{\Delta hr2}^2 = \left( \frac{1}{2} d_A^2 \right)^2 u_{dn/dh, \text{unsymm}}^2 + \left( \frac{1}{2} d_B^2 \right)^2 u_{dn/dh, \text{unsymm}}^2 \quad (7)$$

$$u_{\Delta hr2} = \sqrt{\frac{1}{4} (d_A^4 + d_B^4) u_{dn/dh, \text{unsymm}}^2}$$

$u_{\Delta hr2, \text{gleiche Zielweiten}} = \frac{1}{\sqrt{2}} d_L^2 u_{dn/dh, \text{unsymm}}$  bei gleichen Zielweiten.

Eine elegantere Beschreibung der Unsicherheit lässt sich durch die Einführung von Korrelationen erreichen, denn auch für die Beschreibung kombinierter (fortgeplanter) Unsicherheiten lassen sich analog der Varianzfortpflanzung Korrelationen mitführen [DIN V ENV 13005, 1999, Formel (13)]. Der unsymmetrische Anteil des Brechungsindexgradienten beider Visuren wird nun durch den Korrelationskoeffizienten  $r$  modelliert:

$$u_{\Delta hr2}^2 = \frac{1}{4} d_A^4 u_{dn/dh, A}^2 + \frac{1}{4} d_B^4 u_{dn/dh, B}^2 - \frac{1}{2} d_A^2 d_B^2 r u_{dn/dh, A} u_{dn/dh, B}. \quad (8)$$

Bei gleichen Zielweiten  $d_L$  gilt dann:

$$u_{\Delta hr2, \text{gleiche Zielweiten}}^2 = \frac{1}{2} (1 - r) d_L^4 u_{dn/dh}^2 \quad (9)$$

wobei mit  $u_{dn/dh}$  die für beide Visuren anzunehmende Unsicherheit und über den Korrelationskoeffizienten  $r$  die Ähnlichkeit der atmosphärischen Verhältnisse beschrieben wird. Der Korrelationskoeffizient  $r$  wird gegen 1 streben, weil für beide Visuren sehr ähnliche, aber nicht modellierbare Refraktionsverhältnisse angenommen werden müssen. Mit den Formeln in diesem Abschnitt sind die Voraussetzungen gegeben, um Refraktionseinflüsse auf die Parameter der vereinfachten und vollständigen Prüfmethode zu modellieren.

### 2.3 Refraktionseinfluss auf 1 km Doppelnivellement

Ergänzend wird der Refraktionseinfluss auf 1 km Doppelnivellement betrachtet, bei dem nach den typischen Regeln der Messkunst (d.h. gleiche Zielweite von je 30 m) gearbeitet wird. Die Unsicherheit durch Refraktion auf 1 km Doppelnivellement ergibt sich analog den bisherigen Überlegungen zu

$$u_{r,1km dop} \approx 1800 \cdot \sqrt{(1-r)} u_{dn/dh} m^2 \text{ für } d_L = 30 \text{ m, (10)}$$

wobei der Korrelationskoeffizient die Ähnlichkeit des Brechungsindizes zwischen Vor- und Rückblick ausdrückt und die Refraktionsverhältnisse aufeinander folgender Standpunkte als unkorreliert angesehen werden. Für spezielle Situationen, wie sie zum Beispiel beim Nivellement über einen gleichmäßig geneigten Hang auftreten können, sind die Korrelationen  $r_W$  des Brechungsindizes benachbarter Standpunkte zu berücksichtigen. Dann gilt die allgemeine Formel:

$$u_{r,1km dop}^2 = \frac{1}{8} N_s (1 + (N_s + 1)) r_W (1 - r) d_L^4 u_{dn/dh}^2. \quad (11)$$

Es wird deutlich, dass die refraktionsbedingte Unsicherheit durch Reduzieren der Zielweite  $d_L$  abnimmt, obwohl die Anzahl der Standpunkte  $N_s$  zunimmt.

### 2.4 Refraktionseinfluss bei der vereinfachten Prüfmethode

An dieser Stelle ist der Refraktionseinfluss auf den Prüfwert  $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$  zu betrachten, wobei  $\bar{d}_1$  der Mittelwert eines zehnmal aus der Mitte gemessenen Höhenunterschiedes darstellt und  $\bar{d}_2$  aus zehnfacher exzentrischer Beobachtung zu bestimmen ist. Bei strenger Aufstellung in der Mitte ist  $\bar{d}_1$  quasi refraktionsfrei, d.h.  $\Delta h_{\bar{d}_1} \approx 0$  (vgl. (6)).

$\bar{d}_2$  ist systematisch verfälscht um

$$\begin{aligned} \Delta h_{\bar{d}_2} &= \Delta h_{r_2} = \frac{1}{2} \frac{dn}{dh} (d_{A_2}^2 - d_{B_2}^2) \\ &\approx -1200 \text{ m}^2 \frac{dn}{dh} \text{ für die ISO - Vorgaben.} \end{aligned} \quad (12)$$

Damit beträgt der Refraktionseinfluss auf den Prüfwert  $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$  der vereinfachten Prüfmethode

$$\begin{aligned} \Delta h_{\bar{d}_1} - \Delta h_{\bar{d}_2} &= -\frac{1}{2} \frac{dn}{dh} (d_{A_2}^2 - d_{B_2}^2) \text{ also} \\ &\approx -1200 \text{ m}^2 \frac{dn}{dh} \text{ für die ISO - Vorgaben.} \end{aligned} \quad (13)$$

Der refraktionsbedingte Anteil der Unsicherheit von  $d_1$  lässt sich entweder durch die unsymmetrischen Anteile beschreiben

$$\begin{aligned} u_{d1} &= \sqrt{\frac{1}{4} (d_{A1}^4 + d_{B1}^4)} u_{dn/dh, unsymm} \\ &\approx 640 \text{ m}^2 u_{dn/dh, unsymm} \text{ für die ISO - Vorgaben.} \end{aligned} \quad (14)$$

oder analog Formel (9) mit dem Korrelationsansatz formulieren

$$\begin{aligned} u_{d1} &= \sqrt{\frac{1}{2} (1 - r)} d_L^2 u_{dn/dh} \\ &\approx 640 \text{ m}^2 \sqrt{(1 - r)} u_{dn/dh} \text{ für die ISO - Vorgaben.} \end{aligned} \quad (15)$$

Für die Berechnung der Unsicherheit des Mittelwerts  $\bar{d}_1$  müssen nun die zeitlichen Korrelationen  $r_z$  berücksichtigt werden. Unter der Annahme, dass jede Einzelbeobachtung die gleiche Genauigkeit besitzt und zeitlich aufeinander folgende Beobachtungen unabhängig von ihrem zeitlichen Abstand dieselbe Korrelation  $r_z$  aufweisen, folgt für die Unsicherheit des Mittelwertes  $\bar{d}_1$  für  $N$  Beobachtungen

$$u_{\bar{d}1} = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N} (N - 1) r_z} u_{d1} \quad (16)$$

$$\approx 640 \text{ m}^2 \sqrt{(1 - r)} \sqrt{0.1 + 0.9 r_z} u_{dn/dh}$$

für die ISO-Vorgaben.

und der refraktionsbedingte Anteil der Unsicherheit von  $\bar{d}_2$  beträgt nach Formel (8) und (16)

$$\begin{aligned} u_{\bar{d}2} &= \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N} (N - 1) r_z} \\ &\sqrt{\frac{1}{4} (d_{A_2}^4 + d_{B_2}^4) - \frac{1}{2} r d_{A_2}^2 d_{B_2}^2} u_{dn/dh} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\approx \sqrt{0.1 + 0.9 r_z} \sqrt{1565000 - 125000 r} \text{ m}^2 u_{dn/dh}$$

für die ISO-Vorgaben.

Der Prüfwert  $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$  ist aufgrund variabler Refraktions-effekte  $u_{dn/dh}$  um

$$u_{\bar{d}1 - \bar{d}2} \approx \sqrt{0.1 + 0.9 r_z} \cdot$$

$$\sqrt{540^2 (1 - r) + (1565000 - 125000 r) \text{ m}^2} u_{dn/dh} \quad (18)$$

unsicher.

Dieser Prüfwert ist nach ISO 17123-2 mit der Standardabweichung  $s$ , die aus Wiederholungsmessungen aus der Mitte ermittelt wird, zu vergleichen. Nun bleibt zu beschreiben, inwieweit diese Standardabweichung durch refraktive Effekte bestimmt bzw. verursacht wird, um die Aussagekraft bezüglich der Qualität des Nivelliersystems beurteilen zu können. Grundsätzlich ist  $s$  eine Standardabweichung, die die Wiederholbarkeit von Eigenschaften, die bei der zehnfachen Wiederholungsmessung auftreten, beschreibt. Zu diesen Eigenschaften zählen neben den instrumentenspezifischen Eigenschaften eben auch Störeinflüsse. Da all diese Eigenschaften als voneinander unabhängig anzusehen sind, addieren sich die Wiederholungsgenauigkeiten quadratisch zu  $s^2 = s_{instrument}^2 + s_r^2 + \dots$ . Zu

den Störeinflüssen zählen natürlich auch refraktive Effekte, beschrieben durch  $s_r$ .  $s_r$  lässt sich nun größenordnungsmäßig durch  $u_{d1}$  in Gleichung (15) abschätzen, wohl wissend, dass  $s_r$  dann nicht nach den strengen Regeln der Stochastik beschrieben wird und auch tendenziell eher überschätzt wird.

### 2.5 Refraktionseinfluss bei vollständiger Prüfmethode

Bei der vollständigen Prüfmethode gelten im Hinblick auf den Beitrag der Refraktion zur Standardabweichung die Formeln (3), (7), (9), (15) und (16). Obwohl die Zielweiten im Intervall von  $\pm 3$  m variiert werden sollen, können hier die Unsicherheitsanteile mit einer konstanten mittleren Zielweite  $d_L$  ausreichend aussagekräftig berechnet werden. Zusätzlich entsteht nun ein Einfluss  $u_{rL}$  durch die Variation der Zielweiten, der nach [DIN V ENV 13005,1999] analog dem bekannten Varianzfortpflanzungsgesetz mit  $u_{d1}$  zur Gesamtrefraktionsunsicherheit  $u_s$  zusammenzufassen ist

$$u_s^2 = u_{d1}^2 + u_{rL}^2. \quad (19)$$

$u_{rL}$  erhält man aus

$$u_{rL} = d_L \frac{dn}{dh} u_L \quad (20)$$

$u_L$ : Unsicherheit der Zielweite

Die Zielweite soll nun im Intervall  $\pm 3$  m variiert werden, was unter der Annahme der Gleichverteilung auf  $u_L = \frac{6 \text{ m}}{\sqrt{12}} \approx 1,7$  m führt. Damit ergibt sich der Refraktionsbeitrag  $u_s$  an der Standardabweichung  $s$  der vollständigen Prüfmethode durch Einsetzen der Gleichung (15) und (20) in (19) aus

$$u_s^2 \approx (1-r)(640 \text{ m}^2 u_{dn/dh})^2 + \left(d_L \frac{dn}{dh} u_L\right)^2 \quad (21)$$

$$\approx (1-r)(640 \text{ m}^2 u_{dn/dh})^2 + \left(51 \text{ m}^2 \frac{dn}{dh}\right)^2.$$

$u_s$  drückt nun den Anteil der Refraktion an der empirischen Standardabweichung  $s$  aus, die bei der vollständigen ISO-Prüfung gemäß a) und b) (vgl. Abschnitt 1) analysiert wird.

Bei der Untersuchung des Lattennullpunktes nach der vollständigen Prüfmethode entsteht aufgrund der (nahezu) symmetrischen Beobachtungsanordnung (nahezu) kein systematischer Refraktionseinfluss. Für die Beschreibung der Unsicherheit des Lattennullpunktes muss in Gleichung (16) die Anzahl der Beobachtungen  $N = 20$  gesetzt werden. Dies führt in (16) zu der Überschlagsformel:

$$u_{d1.Nullpunkt} = u_{d2.Nullpunkt} = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N}(N-1)r_z} u_s \quad (22)$$

$$\approx \sqrt{0,05 + 0,95r_z}$$

$$\sqrt{(1-r)(640 \text{ m}^2 u_{dn/dh})^2 + \left(51 \text{ m}^2 \frac{dn}{dh}\right)^2}.$$

Die Unsicherheit durch Refraktion auf die Differenz der Lattennullpunkte ( $\delta$ ) ergibt sich wegen

$$\delta = \bar{d}_1 - \bar{d}_2 \quad (23)$$

nach der vollständigen Prüfmethode analog (8) und (9) zu:

$$u_\delta = \sqrt{2(1-r_z)} u_{d1.Nullpunkt} = \sqrt{2(1-r_z)} \cdot$$

$$\sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N}(N-1)r_z} u_s \approx \sqrt{2(1-r_z)} \sqrt{0,05 + 0,95r_z} \cdot$$

$$\sqrt{(1-r)(640 \text{ m}^2 u_{dn/dh})^2 + \left(51 \text{ m}^2 \frac{dn}{dh}\right)^2} \quad (24)$$

Diese refraktionsbedingte Unsicherheit beeinflusst die Qualität der Prüfung der Lattennullpunktsdifferenz.

## 3 Refraktionseffekte

### 3.1 Modellierung des Brechungsindexgradienten

Um die Größenordnung des wirksamen Brechungsindexgradienten  $dn/dh$  abzuschätzen, reicht das folgende parametrische Modell vollkommen aus:

$$\frac{dn}{dh} = \frac{dn}{dT} \frac{dT}{dh} + \frac{dn}{dp} \frac{dp}{dh} + \frac{dn}{de} \frac{de}{dh} \quad (25)$$

$T$ : Temperatur [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$p$ : Luftdruck [hPa]

$e$ : Wasserdampfdruck [hPa]

Hierbei können die Koeffizienten, die die Abhängigkeit des Brechungsindex vom meteorologischen Parameter beschreiben, für die in diesem Beitrag beabsichtigte Abschätzung als konstant angenommen werden, weil sie bei typischen Umgebungsbedingungen des Nivellements typischerweise um nicht mehr als 10 % variieren. Dann ergibt sich folgende Abschätzung:

$$\frac{dn}{dh} = \left( -1/^{\circ}\text{C} \frac{dT}{dh} + 0,3/\text{hPa} \frac{dp}{dh} + 0,04/\text{hPa} \frac{de}{dh} \right) 10^{-6} \quad (26)$$

Um die Druckgradienten festzulegen, ist es ausreichend, von einem Druckgradienten von  $-1$  hPa/8 m auszugehen. Dieser ist räumlich und zeitlich als ausreichend konstant anzusehen. Der vertikale Dampfdruckgradient übersteigt in der Regel nicht  $-0,3$  hPa/m und ändert sich tagsüber räumlich und zeitlich kaum. Diese beiden Einflüsse sind im Verhältnis zur Größe und zur Variabilität des Temperaturgradienten (vgl. folgende Abschnitte) klein und können als Konstante zusammengefasst werden. Dies führt zu einem vereinfachten Modell in dem sich der vertikale Brechungsindexgradient folgendermaßen beschreiben lässt:

$$\frac{dn}{dh} = -1 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C} \frac{dT}{dh} - 0,04 \text{ ppm/m} \quad (27)$$

Die entscheidende Größe ist also der vertikale Temperaturgradient und seine Unsicherheit.



### 3.2 Variabilität des Temperaturgradienten und seine Modellierung

Wie bereits oben erwähnt, sind die Druckvariationen für diese Betrachtung vernachlässigbar klein. Einzig der Temperaturgradient ändert sich mit Ort und Zeit. Die Größenordnung hängt stark von den Umgebungsbedingungen ab (vgl. Abschnitt 3.3). Grundsätzlich sind für Außenbedingungen und für geschlossene Räume unterschiedliche physikalische Prozesse zu betrachten.

In der freien Natur entsteht der Temperaturgradient durch Konvektion, d.h. die bodennahe Luftschicht wird am (strahlungserwärmten) Boden aufgeheizt und steigt aufgrund des natürlichen Auftriebs nach oben. Im Ganzen betrachtet entsteht hierdurch eine Schichtung, die, makroskopisch betrachtet, einen stabilen Temperaturgradienten aufweist. Weil sich aber durch den Auftrieb Wirbel bilden und sich eine natürliche Turbulenz einstellt, entstehen zeitliche und räumliche Temperaturschwankungen in unterschiedlichen Skalenlängen (Wirbelgrößen). Diese werden zusätzlich durch die Scherkräfte des Windes beeinflusst. Für den Einfluss auf die ISO-Prüfabläufe bedeutet dies, dass sich die Einflüsse kurzzeitiger Fluktuationen durch die Mittelung während des Messprozesses nahezu völlig eliminieren, die langperiodischen und quasi-statischen jedoch zu modellieren sind. Die zeitliche Ähnlichkeit des Temperaturgradienten wird in diesem Beitrag mit einer sehr einfachen empirischen Kovarianzfunktion beschrieben. Die Unsicherheit erhält man in einfachster Näherung aus der Schwankungsbreite während des Messvorgangs gemäß [DIN V ENV 13005, 1999, Abschnitt 4.3.8, Formel (8)], wobei für die Ober- und Untergrenzen repräsentative Werte anzunehmen sind:

$$u_{dT/dh}^2 = \frac{1}{12} \left( \left( \frac{dT}{dh} \right)_{\max} - \left( \frac{dT}{dh} \right)_{\min} \right)^2 \quad (28)$$

In dieser Unsicherheit  $u_{dT/dh}$  sind sowohl die zeitlichen (teilweise auch turbulenzbedingten) Schwankungen wie auch räumliche Inhomogenitäten zusammengefasst.

Demgegenüber beschreibt  $dT/dh$  den während der Prüfdauer als konstant anzusehenden Anteil.  $u_{dT/dh}$  kann nun mit Modell (27) einfach in die Unsicherheit des Brechungsindexgradienten  $u_{dn/dh}$  überführt werden.

Die Modellvorstellung für geschlossene Räume muss berücksichtigen, dass die Wärmequelle durch Heizungen, Fenster, Klimaanlage usw. gegeben ist und sich somit üblicherweise nicht am Boden befindet. Typischerweise wird sich zwar hier die erwärmte Luft unter der Decke sammeln, aber die Wärmequellen (sowie Lüftungseinrichtungen) werden hauptsächlich für lokale Luftumwälzungen sorgen. Die Modellierung der Unsicherheit des Temperaturgradienten erfolgt analog Gleichung (28).

### 3.3 Größenordnung des Temperaturgradienten

Die Größenordnung des Temperaturgradienten soll sowohl für typische mittlere Verhältnisse beschrieben als auch an Fallbeispielen, die die zeitliche Variabilität verdeutlichen, demonstriert werden. Da für Innenraumsituationen oftmals günstigere Verhältnisse postuliert werden, werden auch hierfür Beispiele aufgezeigt. Mit diesen unten aufgeführten Daten können nun über Gleichung (27) Brechungsindexgradienten und ihre Unsicherheiten numerisch abgeschätzt werden und dann der Einfluss auf die ISO-Prüfungen berechnet werden. Dies geschieht in Abschnitt 4.

#### Natürliche Umgebung, Fallbeispiele 1 und 2

Bei üblichen Messsituationen im Freien herrscht tagsüber in der Regel eine labile Schichtung der bodennahen Luftschicht vor, die dadurch bedingt ist, dass der durch die Strahlungsenergie erwärmte Untergrund die bodennahe Grenzschicht ebenfalls erwärmt. Demzufolge hängt der vertikale Temperaturgradient stark vom Untergrund und von der Sonneneinstrahlung ab und ist im bodennahen Bereich tendenziell negativ. Temperaturgradientenmessungen im Rahmen des MAP-Riviera-Projekts geben einen Eindruck über seine Größenordnung und seine zeitliche Variabilität (Abbildung 1, Linie, Fallbeispiel 1). Die Da-

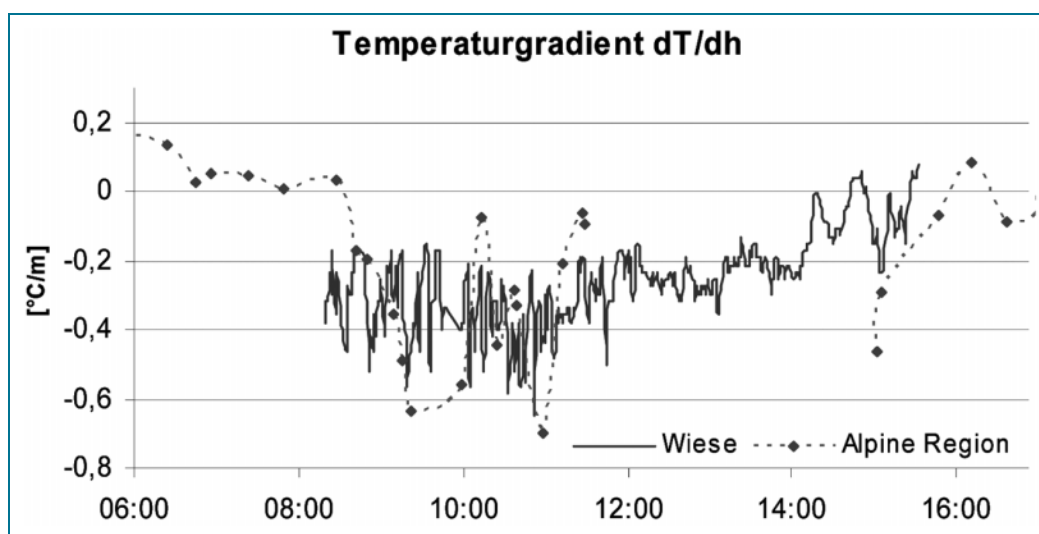


Abb. 1: Größenordnung und Variabilität des Temperaturgradienten am Beispiel „Wiese“ und „Alpine Region“, Fallbeispiel 1 und 2

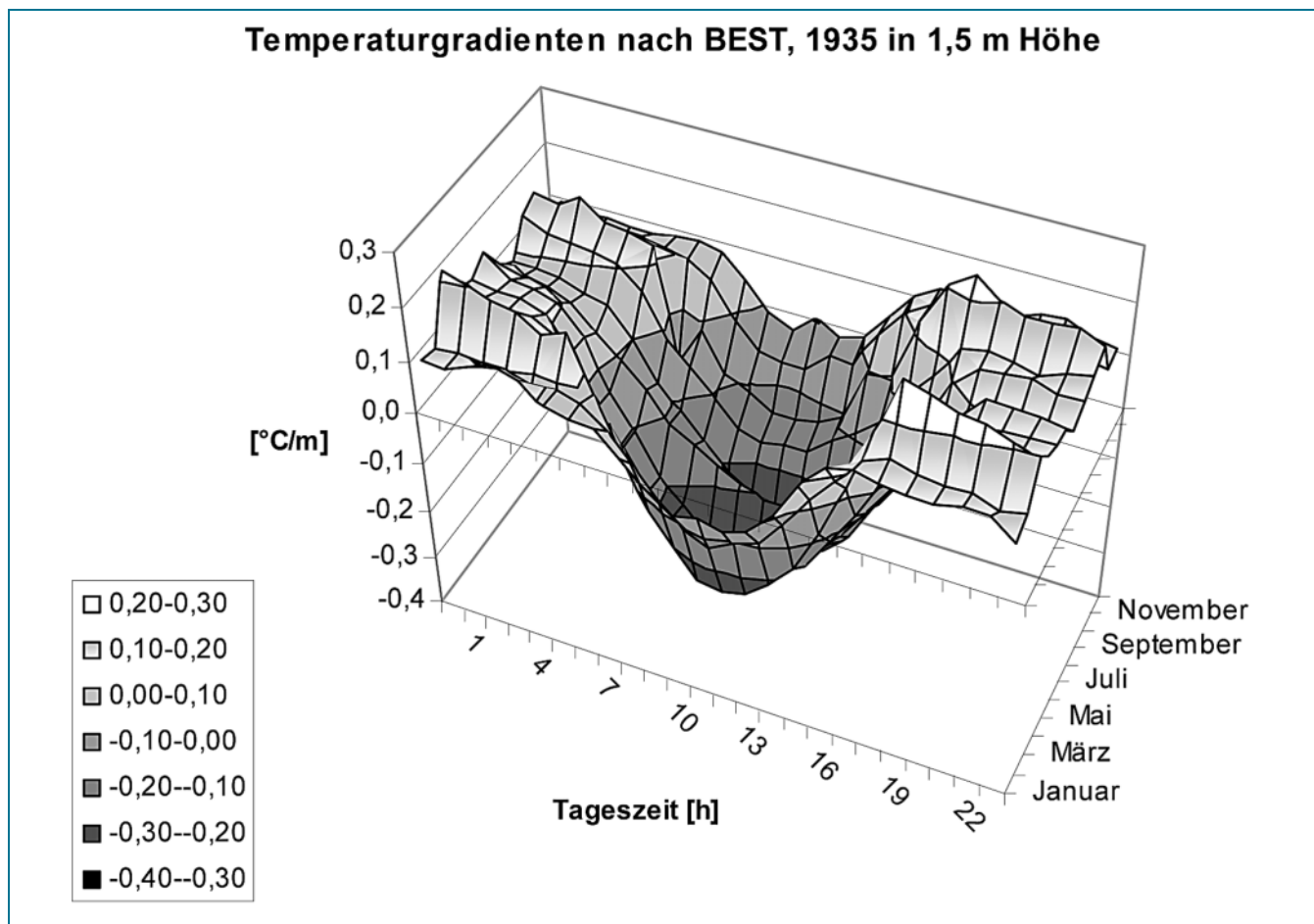


Abb. 2: Jahreszeitliche und tägliche Variation des mittleren Temperaturgradienten in 1,5 m Höhe nach Best, 1935

ten wurden auf einer nahezu horizontalen Wiese im breiten Talkessel des Ticino (Tessin, Schweiz) erhoben. Die Temperaturgradienten in alpiner Region (Abbildung 1, gestrichelt, Fallbeispiel 2) zeigen deutlich größere Schwankungen und auch den Übergang zu stabiler Schichtung während der Nacht- und frühen Morgenstunden. Beide Messungen fanden im Hochsommer statt und gelten für eine Zielstrahlhöhe von 1,85 m. Die Unsicherheit des Temperaturgradienten kann aus diesen Daten zu  $0,2\text{ °C/m}$  abgeschätzt werden. Der Betrag des Korrelationskoeffizienten für minütlich aufeinander folgende Beobachtungen schwankt zwischen 0,2 und fast 1. (Es sei darauf hingewiesen, dass die zu betrachtenden Zeitskalen zu lang sind, um Korrelationsfunktionen aus Turbulenzspektren abzuleiten.) Die wohl umfangreichsten Untersuchungen zur Beschreibung des Temperaturgradienten für geodätische Applikationen machte [BEST, 1935] über grasbewachsenem Boden in Südengland, aus denen mittlere Werte für den Temperaturgradienten in 1,50 m Höhe abgeleitet wurden. In Übereinstimmung zu den exemplarisch gezeigten Situationen ergeben sich Temperaturgradienten, die typischerweise jahres- und tageszeitlich im Bereich von  $+0,2\text{ °C/m}$  bis  $-0,3\text{ °C/m}$  schwanken (vgl. Abbildung 2). Die tatsächlich zu veranschlagende Unsicherheit des Temperaturgradienten kann aber nur unter Berücksichtigung realer Verhältnisse (wie in Abbildung 1

gezeigt) abgeschätzt werden. Auf versiegelten Untergründen oder auf Baustellen können weitaus größere Gradienten beobachtet werden. Die zugehörigen plausiblen Unsicherheiten wachsen entsprechend.

Da für Präzisionsmessungen zur Beurteilung der Instrumenteneigenschaften typischerweise (klimatisierte) Innenräume aufgesucht werden, stellt sich die Frage nach den in Innenräumen auftretenden Temperaturgradienten. [MÖSER, 2000] berichtet, dass Gradienten zwischen  $0,05\text{ °C/m}$  und  $0,5\text{ °C/m}$  in Abhängigkeit von der Heizungssituation und der Luftbewegung auftreten können.

#### Klassisch beheizter Raum, Fallbeispiel 3

Abbildung 3 zeigt die Situation in einem fensterlosen Raum, der überwiegend klassisch mit Wandheizkörpern beheizt wird und durch Klimatelemente belüftet wird. In der Abbildung sind zusätzlich die Daten des ersten Tages um einen Tag zeitversetzt eingetragen, so dass deutlich wird, welcher Effekt die offen stehende Tür (zwischen 9:00 und 17:10, rechter Pfeil) hatte. Weiterhin ist erkennbar, dass sich im Raum aufhaltende Personen (zum Beispiel zwischen 16:00 und 17:00, linker Pfeil) zu (kleineren) Störungen führen. Der Temperaturgradient variierte zu Arbeitszeiten zwischen  $0,4\text{ °C/m}$  und  $1,8\text{ °C/m}$ , seine Unsicherheit kann mit  $0,4\text{ °C/m}$  abgeschätzt werden. Der

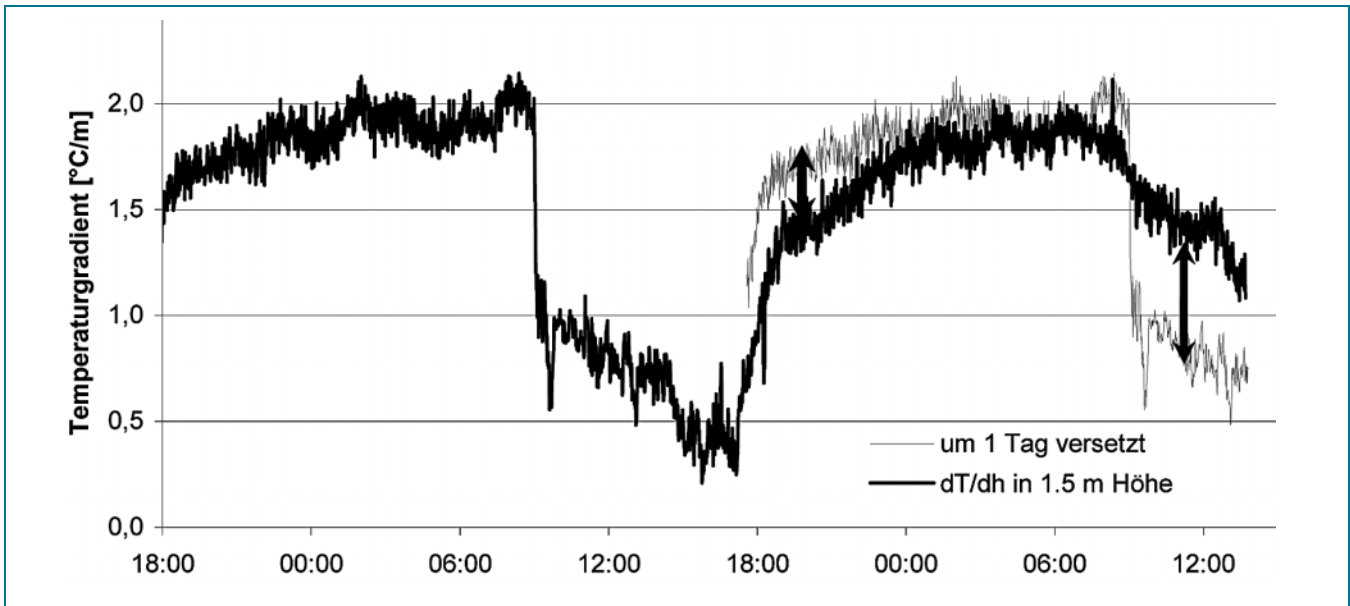


Abb. 3: Temperaturgradient im klimatisierten Raum, Fallbeispiel 3

Korrelationskoeffizient minütlich aufeinander folgender Messwerte liegt typischerweise zwischen 0,2 und 0,8.

#### Klimatisiertes Labor, Fallbeispiel 4

Eine Klimaanlage soll für langfristig stabile und räumlich gleichmäßige Temperaturverhältnisse sorgen. Die Anordnung der Klimaanlagelemente und die Betriebsbedingungen bewirkten in diesem Fallbeispiel jedoch einen vertikalen Temperaturgradienten von ca.  $+0,4 \text{ °C/m}$ , der etwa halbstündlich mit einer Amplitude von  $0,3 \text{ °C/m}$  variierte. Nachts wurde die Klimaregelung reduziert, was sowohl den Gradienten als auch die Amplitude senkte (ca.  $0,3 \text{ °C/m}$  bzw.  $0,05 \text{ °C/m}$ ). Die Unsicherheit des Temperaturgradienten beträgt tagsüber etwa  $0,17 \text{ °C/m}$ .

#### Nicht klimatisiertes Labor, Fallbeispiel 5

Im Labor des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe wurde bei ausgeschalteter Klimaanlage ein Vertikalgradient von  $+0,7 \text{ °C/m}$  gemessen, der zeitlich um  $0,05 \text{ °C/m}$  variierte. Seine Unsicherheit lässt sich aus der Schwankungsbreite auf lediglich  $0,01 \text{ °C/m}$  abschätzen. In einem nicht-klimatisierten Lagerraum, zeigte sich ein Gradient in der Größenordnung von  $0,15 \text{ °C/m}$  und  $0,25 \text{ °C/m}$ , was darauf hinweist, dass die lokalen Gegebenheiten zu berücksichtigen sind.

Abschießend sei bemerkt, dass der Temperaturgradient in Messräumen nach VDI2627  $0,5 \text{ °C/m}$  nicht überschreiten darf, wenn es sich um einen Standardmessraum der Güteklasse 3 handelt, der zur Überwachung von Prüfmitteln (Werksnormalen) vorgesehen ist. Erst ein Präzisionsmessraum der Güteklasse 1 garantiert einen Temperaturgradienten unter  $0,1 \text{ °C/m}$  [VDI2627]. Diese Richtlinie weist aber auch auf die so genannte toleranzabhängige Zuordnung von Messräumen hin, bei denen alle weiteren Einflussgrößen auf die Messunsicherheit zu berücksichtigen sind.

## 4 Wirkung

### 4.1 Einführende Überlegungen

In den folgenden Abschnitten wird die Wirkung der Temperaturgradienten auf die vereinfachte und die vollständige Prüfmethode aufgezeigt. Die oben beschriebenen Fallbeispiele werden durch typische Temperaturgradienten ergänzt. Die Ausgangssituationen sind den Ergebnissen in je einer Tabelle für jede Prüfmethode gegenübergestellt (Tabelle 1 und Tabelle 2). Hierbei sind sowohl typische Temperaturgradienten (Zeile 1, 2 und 7) wie auch die aus den Fallbeispielen abgeleiteten Daten (Zeile 3, 4, 5 und 6, vgl. Spalte 2) der Größe nach sortiert aufgeführt. Spalte 4 listet für diese Fälle typische Unsicherheiten auf. Für die folgenden Berechnungen wurde für die räumliche Korrelation  $r$  mit 0,9 abgeschätzt und die zeitliche Korrelation  $r_z$  mit 0,5 als Mittelwert aus den Messergebnissen angenommen. Die für die einzelnen Situationen erzielten Ergebnisse werden abschließend jeweils im Hinblick auf die Brauchbarkeit der Prüfmethode ausführlich diskutiert, um dem Leser die Beurteilung der Anwendbarkeit der Prüfmethode für sein spezielles Messumfeld zu erleichtern.

### 4.2 Auswirkung der Refraktion auf die vereinfachte Prüfmethode

Wie eingangs beschrieben, zielt die vereinfachte Prüfmethode auf die Beurteilung des Messergebnisses bei ungleichen Zielweiten ab. Spalte 3 in Tabelle 1 zeigt den Refraktionseinfluss auf die Prüfgröße  $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$ . In Spalte 6 ist jeweils die Unsicherheit angegeben, um die die Prüfgröße variiert, wenn der Temperaturgradient um den in Spalte 4 aufgezeigten Betrag unsicher ist. In Spalte 7 ist die Unsicherheit durch Refraktion auf die Standardabweichung  $s$  einer Einzelmessung aufgelistet, berechnet nach Formel (15).

**Tab. 1: Wirkung refraktiver Effekte bei vereinfachter Prüfmethode**

	1	2	3	4	5	6	7
	$\frac{dT}{dh}$	Maximalwerte bei	Refraktionseinfluss $\Delta h_{\bar{d}_1} - \Delta h_{\bar{d}_2}$ auf die Prüfgröße $ \bar{d}_1 - \bar{d}_2 $ vgl. (13)	Unsicherheit $u_{dT/dh}$ Temperaturgradient (aus Daten)	Quelle	Unsicherheit $u_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}$ der Prüfgröße aufgrund variabler $dT/dh$ vgl. (18)	Unsicherheitsanteil $u_{d1}$ der Refraktion an der Standardabweichung $s$ vgl. (15)
	[°C/m]		[mm]	[°C/m]		[mm]	[mm]
1	0,1		0,12	0,03	Schwankungsbreite 0,1°C/m	0,03	0,01
2	0,2		0,24	0,06	Schwankungsbreite 0,2°C/m	0,05	0,01
3	0,3	BEST	0,36	0,2	FB 1 und 2	0,18	0,04
4	0,4	Innenraum, klimatisiert Fallbeispiel 4	0,48	0,17	FB 4	0,15	0,03
5	0,5	MAP-Riviera Fallbeispiel 1	0,60	0,2	FB 1	0,18	0,04
6	0,7	Innenraum, nicht klimatisiert Fallbeispiel 5	0,84	0,01	FB 5	0,01	0,00
7	1		1,2	0,28	Schwankungsbreite 1°C/m	0,25	0,06
8	2	beheizter Raum, Fallbeispiel 3	2,4	0,4	FB 3	0,36	0,08

**Tab. 2: Wirkung refraktiver Effekte bei vollständiger Prüfmethode**

	1	2	3	4	5	6	7
	$\frac{dT}{dh}$	Maximalwerte bei	Systematischer Refraktionseinfluss auf die Prüfgröße „Nullpunkts- differenz $\delta$ “	Unsicherheit $u_{dT/dh}$ Temperaturgradient	Quelle	Unsicherheit $u_{\delta}$ der Prüfgröße $\delta$ aufgrund variabler $dT/dh$ nach vgl. (24)	Unsicherheitsanteil $u_s$ der Refraktion der Standardabweichung $s$ vgl. (21)
	[°C/m]		[mm]	[°C/m]		[mm]	[mm]
1	0,1		0	0,03	Schwankungsbreite 0,1°C/m	0,01	0,01
2	0,2		0	0,06	Schwankungsbreite 0,2°C/m	0,01	0,02
3	0,3	BEST	0	0,2	FB 1 und 2	0,03	0,05
4	0,4	Innenraum, klimatisiert Fallbeispiel 4	0	0,17	FB 4	0,03	0,04
5	0,5	MAP-Riviera Fallbeispiel 1	0	0,2	FB 1	0,04	0,05
6	0,7	Innenraum, nicht klimatisiert Fallbeispiel 5	0	0,01	FB 5	0,02	0,03
7	1		0	0,28	Schwankungsbreite 1°C/m	0,06	0,08
8	2	beheizter Raum, Fallbeispiel 3	0	0,4	FB 3	0,09	0,13





Zunächst lässt sich aus der Tabelle ablesen, dass bereits bei einem vertikalen Temperaturgradienten von  $0,3\text{ °C/m}$  der systematische Refraktionseinfluss die Größenordnung der Standardabweichung für 1 km Doppelnivellement für ein Präzisionsnivellier erreicht.

Nach ISO 17123-2 sind nun Maßnahmen zur Verbesserung des Nivellementergebnisses zu ergreifen, wenn die Prüfgröße größer ist als die zugelassene Messaufgabe nach ISO 4463-1. Als kritischster Wert wird in dieser hochbau-orientierten Vorgabe 3 mm angegeben. Man erkennt, dass die Refraktion in Innenräumen durchaus einen großen Anteil des Unsicherheitsbudgets beanspruchen kann (Spalte 2, Zeile 6–8). In Fällen, in denen die ISO 4463-1 nicht anwendbar sei, solle die Prüfgröße mit dem Zweieinhalbfachen der Standardabweichung  $s$  für den aus der Mitte beobachteten Höhenunterschied verglichen werden. Die durch den Refraktionseinfluss entstehenden Effekte sollen nun daraufhin analysiert werden. Zunächst ist festzustellen, dass sich der Refraktionseinfluss  $\Delta h_{d_1} - \Delta h_{d_2}$  auf die Prüfgröße  $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$  (vgl. Spalte 3) signifikant in Bezug auf die Unsicherheit  $u_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}$  der Prüfgröße aufgrund Refraktion (Spalte 6) nachweisen lässt. Die Refraktionsanteile an der Standardabweichung  $s$  (Spalte 7) sind noch einmal um Faktor 4,5 geringer als die refraktive Unsicherheit der Prüfgröße; dies bedeutet, dass – selbst nach der in der ISO 17123-2 vorgeschriebenen Multiplikation der Standardabweichung  $s$  mit dem Faktor 2,5 – der systematische Refraktionseinfluss auf die Prüfgröße sich deutlich vom Anteil der refraktiven Unsicherheit an der Standardabweichung  $s$  ( $2,5 \cdot$  Spalte 7) abhebt. Der systematische Refraktionseinfluss an der Prüfgröße tritt also deutlich aus der Unsicherheit durch Refraktionseinflüsse hervor! Erwartet man nun von einem Präzisionsnivellement eine Standardabweichung von  $\pm 0,4\text{ mm}$  für 1 km Doppelnivellement, lässt sich daraus die Standardabweichung  $s =$  für den aus der Mitte bestimmten Höhenunterschied  $d_1$  zu  $s = 0,14\text{ mm}$  ableiten. Durch die in der ISO 17123-2 vorgesehene Multiplikation mit dem Faktor 2,5 erhält man nun als Vergleichswert  $0,42\text{ mm}$ . Aus Gleichung (13) erkennt man nun, dass die Prüfung nach ISO 17123-2 immer auf ein negatives Resultat führt, sobald der vorherrschende Temperaturgradient  $0,35\text{ °C/m}$  übersteigt (vgl. Spalte 3). Dies gilt unter der – unwahrscheinlichen – Voraussetzung, dass das Instrument selbst und die Beobachter keinen weiteren Beitrag zur (Un-)genauigkeit liefern. Im realen Fall wird also das Prüfergebnis auch bei günstigeren meteorologischen Bedingungen negativ ausfallen! Als Maßnahme zur Qualitätsverbesserung des Nivellements wird in der ISO 17123-2 unter anderem die Verkürzung der Zielweite empfohlen, obwohl nach Gleichung (10) das (Strecken-) Nivellement durch Refraktion nur unwesentlich verschlechtert wird, solange streng aus der Mitte nivelliert wird. Dies soll durch folgende Abschätzung verdeutlicht werden: Geht man von einer Schwankungsbreite des Temperaturgradienten von  $0,3\text{ °C/m}$  entlang des Nivellementweges aus, lässt sich unter der Annahme der Gleichverteilung die Unsicherheit  $u_{dT/dh}$  zu  $0,1\text{ °C/m}$  abschätzen, was das Doppelnivellement um weniger als  $0,06\text{ mm}$  verunsichert. Dies bedeutet, dass für Präzisionsnivelliere die vorgeschlagene Prüfmethode nur zu einem

sinnvollen Ergebnis führt, wenn der vertikale Temperaturgradient deutlich kleiner ist als  $0,3\text{ °C/m}$ . Deswegen ist dem ISO-Hinweis, möglichst bei bedecktem Wetter und geringen Windgeschwindigkeit zu messen und erhitzte Untergründe zu vermeiden, sehr große Bedeutung beizumessen. Die Maßnahme zur Zielweitenreduktion ist in Bezug auf die Verbesserung des Nivellements also nicht wirklich effizient, es sei denn, der Wert der Prüfgröße ist durch andere Ursachen bestimmt. Sollten gute meteorologische Bedingungen nicht eingehalten werden können, sollten die Zielweiten – bei entsprechenden Genauigkeitsforderungen – eher bei der Prüfung reduziert werden. Wesentlich eleganter ist jedoch die Optimierung der Zielweiten [NEITZEL, 2004].

Nun ist die Qualität von Prüfungen unter Laborbedingungen zu betrachten, da ja allgemein angenommen wird, dass diese zu günstigeren Ergebnissen führen.

Für das klimatisierte Labor in Fallbeispiel 4 wurde die systematische Verfälschung der Prüfgröße zu  $0,48\text{ mm}$  mit einer refraktionsbedingten Unsicherheit von  $0,15\text{ mm}$  berechnet. Die Verfälschung ist also trotz der periodischen Klimaschwankungen als signifikant anzusehen. Ein sauber justiertes Präzisionsinstrument würde also aufgrund der systematisch wirkenden Refraktion am Prüfkriterium scheitern. Im Fallbeispiel 5 ist die systematische Verfälschung der Prüfgröße (auch ohne Klimatisierung) mit mehr als  $0,8\text{ mm}$  erheblich, allerdings sind die Verhältnisse sehr stabil (ablesbar an der geringen Unsicherheit der Prüfgröße von  $0,01\text{ mm}$ ), so dass die Prüfung erfolgreich durchgeführt werden kann, wenn der Refraktionseinfluss korrigiert wird. Ähnliches gilt für den normal beheizten Raum: Hier ist die Verfälschung der Prüfgröße so groß, dass selbst ein Nivellier der mittleren Genauigkeitsklasse die Prüfung negativ ausfallen würde, auch wenn es einwandfrei arbeitet. Die Qualitätsverbesserung des Prüfverfahrens durch Korrektur um den Refraktionseinfluss scheint auf den ersten Blick nicht erfolgreich, weil die Unsicherheit des Temperaturgradienten mit  $0,4\text{ °C/m}$  sehr hoch angesetzt wurde (vgl. Zeile 8 und Spalte 4 der Tabelle 1). Betrachtet man aber den zeitlichen Verlauf des Gradienten (Abbildung 3), erkennt man eine große Variation über den Tag, die aber innerhalb einer realistischen Prüfzeit auf etwa  $10\%$  sinkt. Demzufolge wäre auch hier eine Korrektur durch Temperaturgradientenmessungen erfolgreich.

### 4.3 Auswirkung der Refraktion auf die vollständige Prüfmethode

Tabelle 2 zeigt, analog zum vorherigen Abschnitt, die Refraktionseinflüsse auf die bei der vollständigen Prüfmethode zu analysierenden Größen. Gemäß Gleichung (6) verschwindet der systematische Refraktionseinfluss bei der aus einem Mittelwert über je 20 Beobachtungen gebildeten Nullpunktsdifferenz  $\delta$ . Nach ISO 17123-2 ist diese nun mit dem  $0,64$ -fachen der empirischen Standardabweichung  $s$  zu vergleichen. Nun stellt sich die Frage, inwieweit sowohl die Nullpunktsdifferenz  $\delta$  als auch die empirische Standardabweichung  $s$  durch die Refraktion unsicher werden. Hierüber geben die Spalten 6 und 7 der Tabelle 2 (sowie natürlich auch die Formeln (24) und (21)) Auskunft: Es

zeigt sich, dass das Verhältnis beider refraktionsbedingten Unsicherheiten  $u_{\delta}$  und  $u_s$  etwa 0,7 beträgt und somit die Prüfgröße kaum durch Refraktion beeinflusst wird. Dies bedeutet, dass refraktive Effekte den Test der Nullpunktsdifferenz nicht beeinflussen und die ISO 17123-2 für diesen Fall also bedenkenlos anwendbar ist.

Soll nun die empirische Standardabweichung  $s$  in Bezug auf eine Vergleichsstandardabweichung  $\sigma$  beurteilt werden, ist nach ISO 17123-2 der Vergleichswert mit dem Faktor 1,19 zu multiplizieren. Für ein Instrument, dessen Genauigkeit für 1 km Doppelnivellement mit 0,4 mm/km angegeben wird, ergibt sich der Vergleichswert zu etwa 0,17 mm. Bei typischen Umgebungsbedingungen können (gemäß Spalte 7) bis zu 30 % der empirischen Standardabweichung  $s$  von Refraktionseffekten während der Prüfung beansprucht werden. Dies ist aber durchaus akzeptabel, da ja auch der Vergleichswert einen gewissen refraktiven Anteil beinhaltet. Ein weiterer Aspekt der ISO 17123-2 beschäftigt sich mit der Variation der Standardabweichung bei unterschiedlichen Prüfbedingungen (Wechsel des Beobachters oder des Instruments oder Wiederholung zu einer anderen Zeit): Die jeweils ermittelten empirischen Standardabweichungen gehören dann nicht mehr derselben Grundgesamtheit an, wenn sie sich um Faktor 0,52 (bzw. 1,91) unterscheiden. Fragt man nun nach der Qualität des Instruments oder des Beobachters bei unveränderten meteorologischen Bedingungen, bleibt die Prüfung von Refraktionseinflüssen unberührt. Bei der Wiederholung zu einem anderen Zeitpunkt kann jedoch insbesondere in beheizten Räumen die empirische Standardabweichung durch Refraktion beeinträchtigt werden, der Effekt wird sich aber in den gezeigten Fallbeispielen erst bei sehr langer Beobachtungsdauer verfälschend auf die Prüfung auswirken (vgl. auch Abbildung 3 und die Ausführungen am Ende des Abschnitts 4.2).

## 5 Resümee

Unter ungünstigen Bedingungen kann der Refraktionseinfluss durchaus die Größenordnung eines Kollimationsfehlers erreichen. Demzufolge ist dem Hinweis der ISO-Norm, bei günstigen meteorologischen Bedingungen zu prüfen, erhebliche Bedeutung beizumessen. Falls zwingend bei ungünstigen Bedingungen geprüft werden muss, sollte dem Ratschlag, die Zielweite zu verkürzen, gefolgt werden, obwohl die Unsicherheit durch Refraktion auf ein Streckennivellement bei strenger Beobachtung aus der Mitte klein bleibt, denn es könnte ja tatsächlich eine Ziellinienabweichung vorliegen. Die vollständige Prüfmethode macht keine Aussage über den Kollimationsfehler und ist, mit Ausnahme von langzeitlichen Untersuchungen in beheizten Räumen, aus refraktionstechnischer Sicht als unkritisch einzustufen.

Des weiteren ist demonstriert worden, dass auch Tests im Labor nicht unkritisch sind, es sei denn, das Labor genügt der Temperatur-Güteklasse 1. Güteklasse 3, die für die Überprüfung von Werknormalen vorgesehen ist, würde den Anforderungen für die Prüfung von Präzisionsinstrumenten nicht mehr genügen. Die Ergebnisse weisen ebenfalls darauf hin, dass Präzisionsrostaufnahmen in (klima-

tisierten) Hallen durch Refraktionseinflüsse um mehr als 1 mm verfälscht sein können, wobei ein maximaler Temperaturgradient von 1 °C/m und Zielweiten von 50 m veranschlagt wurden.

## 6 Dank

Für diese Betrachtung wurden unter anderem Daten verwendet, die in den Jahren 1998–2000 am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich erhoben wurden und die bisher unveröffentlicht waren. Für die Erlaubnis, diese zu verwenden, sei dem Institut gedankt.

## Literatur

- [1] BEST, A.; KNIGHTING, E.; PEDLOW, R.; STORMONTH, K. [1952]: Temperature and humidity gradients in the first 100 m over SE-England. Geophys.Mem. 89, London
- [2] BEST, A. C. [1935]: Transfer of Heat and Momentum in the Lowest Layers of the Atmosphere. Geophysical Memoirs, No 65
- [3] HEISTER, H. [2005]: Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (I) und (II). Géomatique Suisse, S. 604–607 und 670–673
- [4] MÖSER, M.; MÜLLER, G.; SCHLEMMER, H.; WERNER, H. [2000]: Handbuch der Ingenieurgeodäsie – Grundlagen. 3. Neubearbeitete Auflage, Wichmann, Heidelberg
- [5] MORITZ, H. [1962]: Zur Geometrie der Refraktion. OeZfV, pp. 3–13
- [6] NEITZEL, F.; PETROVIC, S. [2004]: Ein verallgemeinertes Feldverfahren zur Überprüfung von Nivelliergeräten. AVN, S. 82–91
- [7] WEISER, K.; WÖGER, W. [1999]: Messunsicherheit und Meßdaten. Wiley-VCH-Verlag, Weinheim
- [8] WEISS, A. I.; ROTACH, M. W.; HENNES, M. [2000]: Derivation of turbulent fluxes in the scope of the MAP-Riviera project by optical scintillometry. MAP Meeting 2000, Book of abstracts, Bohinjska Bistrica, Slovenia, 24.–26.5.2000

## Normen und Richtlinien:

- [1] DIN V ENV 13005 [1999]: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. ENV 13005. Beuth-Verlag.
- [2] ISO 4463-1 [1989]: Measurement methods for building-Setting out and measurement. Part 1: Planning and organization, measuring procedures, acceptance criteria. Intern. Organization for Standardization, Switzerland.
- [3] ISO 17123-2 [2001]: Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments, Part 2: Levels. Intern. Organization for Standardization, Switzerland.
- [4] VDI 2627 [1994]: VDI/VDE-Richtlinie 2627: Meßräume, Blatt 1. Entwurf.

Anschrift der Verfasserin:  
 Prof. Dr.-Ing. MARIA HENNES,  
 Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe,  
 Englerstr. 7, D-76128 Karlsruhe,  
 07 21-6 08 23 00, fax -65 52,  
 hennes@gik.uni-karlsruhe.de,  
 www.gik.uni-karlsruhe.de